

## Eratosthène de Cyrène

Eratosthène est un écrivain de langue grecque, né vers 276 av. J.C. à Cyrène à l'Ouest d'Alexandrie où il passa la fin de sa vie comme directeur de la Bibliothèque. Il apprend que, à midi, le jour du solstice d'été à Syène en basse Egypte, le soleil tombe à la verticale en éclairant le fond des puits alors que, à Alexandrie ses rayons font un angle avec la verticale de  $1/50^\circ$  de cercle.

Imaginez différents modèles pour expliquer ces observations

La distance de Syène à Alexandrie était évaluée à 5000 stades

Bibliographie : Eratosthène de Cyrène, le pionnier de la géographie, Germaine Aujac, Editions CHTS, 2001

### Œuvres

- Le traité des mesures (de la Terre), est attesté par Héron d'Alexandrie (65 après J.C.) et Macrobie (400 après J.C.). Cléomède (2<sup>e</sup> siècle après J.C.) décrit précisément le procédé dans « Le Mouvement circulaire des corps », I, 10 1-6
- *Arsinoe* (mémoire sur la reine Arsinoe; perdu; mentionné par Athenaeus dans *Deipnosophistae*)
- Collection de fragments de mythes Hellenistic sur constellations, appelé *Catasterismi* (*Katasterismoi*), a été attribué à Eratosthenes, peut-être pour ajouter à sa crédibilité
- Son livre « Géographie » est décrit et critiqué par Strabon (65 avant J.C.-24 après J.C.)

### Texte de Cléomède extrait du « Mouvement circulaire des corps »

Le procédé d'Eratosthène, qui relève de la géométrie, passe pour un peu plus obscur. Pour clarifier son propos, nous allons formuler les diverses hypothèses de départ. Posons en premier lieu, dans ce cas aussi, que Syène et Alexandrie sont sous le même méridien ; en second lieu, que la distance entre les villes est de 5 000 stades ; en troisième lieu, que les rayons émis par différentes parties du soleil sur différentes parties de la terre sont parallèles, ce que les géomètres prennent pour hypothèse ; en quatrième lieu, ce qui est démontré par les géomètres, que les droites qui coupent des parallèles déterminent des angles alternes égaux ; en cinquième lieu, que les arcs interceptés par des angles égaux sont semblables, c'est-à-dire qu'ils sont dans la même proportion et le même rapport avec leurs cercles propres, ce qui est également démontré par les géomètres, car chaque fois que des arcs sont interceptés par des angles égaux, si l'un d'eux, n'importe lequel, est la dixième partie de son cercle propre, tous les autres seront la dixième partie de leurs cercles propres.

---

## Aristarque de Samos

Astronome grec qui vécut vers 280 av J.C.: après Euclide, avant Archimède. Ptolémée cite en effet son observation du solstice d'été en 280. Un seul ouvrage nous reste: « Sur la grandeur du Soleil et de la Lune »

Dimensions du système solaire d'après Aristarque

- Aristarque mesure en quartier l'écart Lune-Soleil vu de la Terre :  $\alpha = 87^\circ$  (au lieu de  $89^\circ 53'$ )
- Les diamètres apparents de la Lune et du Soleil sont égaux :  $2^\circ$  (au lieu de  $0,5^\circ$ )
- La largeur du cône d'ombre traversé par la Lune lors d'une éclipse est de deux Lunes

### **Témoignage d'Archimède dans l'Arénaire sur l'ouvrage d'Aristarque (ouvrage perdu « Les hypothèses » )**

Tu te souviens que la plupart des astronomes donnent le nom de monde à une sphère dont le centre est le centre de la Terre et qui est décrite par une ligne droite issue de ce centre et égale à la droite menée du centre du soleil au centre de la terre. Mais rejetant ce que l'on trouve dans les livres composés par les astronomes, Aristarque de Samos a publié certains écrits relatifs aux hypothèses; des fondements posés en ces écrits, il résulte que le monde est beaucoup plus grand que celui dont nous venons de parler Il suppose que la sphère des étoiles fixes et le Soleil demeurent immobiles. Quant à la Terre, elle se meut suivant une circonférence de cercle, le soleil occupant le centre de cette trajectoire. La sphère des étoiles fixes est décrite autour du même centre autour du soleil; il dit qu'elle est tellement grande que le rapport du rayon du cercle, suivant lequel la terre circule, à la distance des étoiles fixes est comparable au rapport du centre de la sphère à sa surface. Ceci est de toute évidence impossible car le centre du cercle n'a aucune grandeur ...

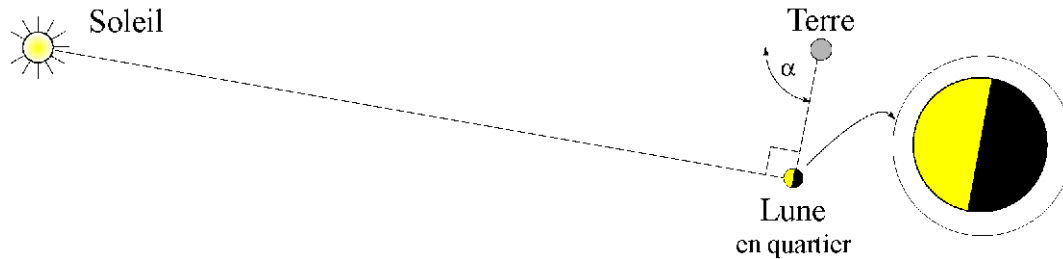
# Aristarque de Samos « Des grandeurs et distances du Soleil et de la Lune »

## Bibliographie :

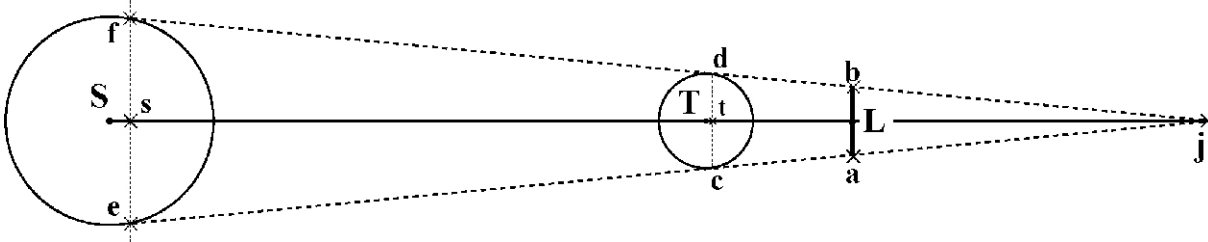
- 1) Moments et problèmes dans l'histoire de l'astronomie Fascicule VIII  
Formation continue des Maîtres en astronomie, Université Paris XI Orsay
- 2) Traité d'Aristarque de Samos sur les grandeurs et les distances du Soleil et de la Lune, Albert Blanchard, 2003
- 3) Pierre Duhem, Le Système du Monde, Hermann, Tome 2, page 22-23-24

## Mesures d'Aristarque

- 1) Aristarque mesure en quartier l'écart Lune-Soleil vu de la Terre :  $\alpha = 87^\circ$  (au lieu de  $89^\circ 53'$ )  
De cela il déduit (sans cosinus !)  $TL/TS = (\cos 87^\circ = 0,0526) = 1/19$



- 2) Les diamètres apparents de la Lune et du Soleil sont égaux :  $2^\circ$  (au lieu de  $0,5^\circ$ )  
Pierre Duhem s'étonne de cette valeur très fautive. Aristarque aurait donné la valeur  $0,5^\circ$  plus tard et « Des grandeurs... » qui nous est parvenu serait une première édition de jeunesse.
- 3) La largeur du cône d'ombre traversé par la Lune lors d'une éclipse est de deux Lunes  
Ombre de la Terre à la distance de la Lune  $ab = 2\Phi_{Lune}$



## Approximations que ne fait pas Aristarque

On approxime  $ef$  au diamètre du Soleil  $\Phi_{Soleil}$  et  $dc$  au diamètre de la Terre  $\Phi_{Terre}$   
On approxime aussi  $js$  à  $jS$  et  $jt$  à  $jT$

## Calculs

d'après 3)  $ab = 2\Phi_{Lune}$  Théorème de Thalès :  $jL/js = ab/ef$  donc  $jL = jS * 2/19$   
Or  $ST = 19 * TL$  d'après 1)  
donc  $LS = 20TL$  et  $TL = LS * 1/20 = (jS - jL)/20 = jS(1 - 2/19)/20 = jS * 17/(19 * 20)$   
et  $TS = LS * 19/20 = (19/20) * (17/19)jS = (17/20)jS$

**Conclusion :**  $Tj = Sj - TS = (1 - 17/20) * jS = (3/20) * jS$

Donc, d'après le théorème de Thalès, le rayon de la Terre représente  $3/20$  du rayon du Soleil.

« Aristarque n'a pas déduit de sa méthode tout ce qu'elle pouvait donner; il n'a pas tiré l'évaluation des distances mesurées en rayons terrestres qui séparent la Terre du Soleil et de la Lune » (P. Duhem)  
Si on poursuit les calculs d'Aristarque on trouve, avec un diamètre angulaire du Soleil de  $2^\circ$  ( $1/180$  circonférence)

Distance Terre-Soleil =  $(1/2\pi) * 180 \Phi_{Soleil} = (1/2\pi) * 180 * (20/3) \Phi_{Terre} = 382 R_{Terre}$

**Hipparque (190-125 av. J.C.) :** améliore ces calculs et trouve Distance Terre-Soleil =  $1\ 600 R_{Terre}$   
avec les hypothèses  $ab = 8/3 \Phi_{Lune}$  et Diamètre ang. Soleil =  $0,5^\circ$

**Valeur réelle Distance Terre-Soleil /  $R_{Terre} = 150\ 000\ 000 / 6\ 370 = 23\ 50$**

## Hipparque de Nicée (env. 190 - env. 125 av. J.-C.)

IMCCE <http://www.imcce.fr/fr/ephemerides/astromie/Promenade/pages4/438.html>

« Pour découvrir ce lent mouvement de la ligne des équinoxes, deux méthodes d'observations sont possibles. La première consiste à mesurer les variations des longitudes des étoiles au cours du temps. Cette méthode est cumulative, car chaque année la longitude croît d'une valeur faible mais constante. La deuxième méthode consiste à mesurer l'écart entre l'année tropique et l'année sidérale. Nous savons grâce à Ptolémée (II<sup>e</sup> siècle après J.-C.) qu'Hipparque a utilisé ces deux méthodes. Et c'est vraisemblablement la première qui fut à l'origine de sa découverte de la précession des équinoxes. Pour cela il compara la distance de Spica dans l'Épi de la Vierge (l'étoile alpha Virginis) avec l'équinoxe d'automne aux dates des observations de Timocharis, observations faites entre 294 et 283 av. J.-C. et la valeur de cette même distance à son époque, et il trouva une variation dans la longitude de l'étoile de 2° sur la période de 160 ans séparant les deux mesures.

Pour la détermination des valeurs de l'année tropique et de l'année sidérale, Hipparque utilisa dans un premier temps des observations faites entre 162 et 128 av. J.-C., mais les valeurs calculées à partir de ces observations semblaient indiquer une valeur variable de l'année tropique en fonction du temps. Finalement, il se limita aux observations des solstices qu'il avait effectuées lui-même en 135 av. J.-C., aux observations faites par Aristarque en 280 av. J.-C. et aux observations faites par Méton, en 432 av. J.-C. Pour l'année tropique il trouva une valeur de 365 jours 1/4 moins 1/300 jour (soit 365 jours 5h 55m 12s) et pour l'année sidérale, il trouva une valeur de 365 jours 1/4 plus 1/144 jour (soit 365 jours 6h 10m 0s). Ces valeurs sont assez proches des valeurs actuelles. »

*La majeure partie de ce qu'on connaît à propos d'Hipparque provient de l'Almageste de Ptolémée. Il a néanmoins laissé une oeuvre écrite : trois livres de "Commentaires" sur les Phénomènes d'Eudoxe et d'Aratos. Il existe aussi quelques références à son sujet fait par Pappus d'Alexandrie et Théon d'Alexandrie dans leurs commentaires de l'Almageste, dans le Geographia de Strabon et dans L'Histoire naturelle de Plin l'Ancien. Description du ciel étoilé*

- *Des grandeurs et des distances du Soleil et de la Lune*
- *Des ascensions des douze signes*
- *Du mouvement de la Lune en latitude*
- *Du mois lunaire*
- *De la longueur de l'année*
- *De la rétrogradation des points équinoxiaux et solsticiaux*
- *Critique de la Géographie d'Ératosthène*
- *Représentation de la sphère sur un plan*
- *Table des cordes du cercle en douze livres*
- *Traité des levers et des couchers des étoiles*
- **"Commentaires sur les Phénomènes d'Eudoxe et d'Aratos"**

### **Année sidérale.**

Si on prend une direction fixe dans l'espace, la Terre mettra 365 jours 6 h 9 mn 10 s pour revenir dans cette même direction. On appelle cette durée « année sidérale »

### **Année tropique.**

Si on considère la direction du point vernal de la date (équinoxe de printemps), la Terre mettra 365 jours 5h 48m 45s pour revenir dans la direction de ce point. C'est une durée différente de l'année sidérale puisque le point vernal a bougé pendant que la Terre tournait... On appelle cette durée « année tropique » ou « année des saisons »

### **Année anomalistique**

Si on considère le point de l'orbite de la Terre le plus près du Soleil (le périhélie, actuellement le 3 janvier), la Terre mettra 365 jours 6h 13m 53s pour y revenir. On appelle cette durée « année anomalistique »

## **Aristote, « Du ciel, II, 14 » Trad. Paul Moraux, Ed Belles Lettres, 1965**

Aristote, philosophe grec né à Stagire en Macédoine (d'où le surnom de « Stagirite »), en 384 av. J.C., mort à Chalcis, en Eubée, en 322 av. J.-C.

### **Sphéricité de la Terre**

#### **Argument tiré des lois de la pesanteur**

Quand à sa configuration, elle est nécessairement sphérique. Chaque portion de terre a de la pesanteur jusqu'à son arrivée au centre; la plus petite, est poussée par la plus grande sans qu'il puisse se former une crête; il y a plutôt compression; une portion fait place à une autre jusqu'à ce que le centre soit atteint. On doit se représenter mentalement ce que nous voulons dire en s'imaginant que la terre naît comme certains physiologues disent qu'elle est née. Mais il faut faire une réserve, car ces gens-là rendent la contrainte responsable du mouvement vers le bas. Mieux vaut partir d'une base vraie et expliquer ce mouvement par la tendance naturelle qu'ont les choses pesantes à se porter vers le centre. Donc, comme le mélange était en puissance, les corps qui se séparaient se portaient de toutes parts d'une manière identique vers le centre. Que les particules aient été disposées régulièrement quand elles ont quitté les extrémités pour se rassembler au centre, ou qu'elles aient été disposées de quelque autre manière, le résultat n'en sera pas modifié. Si c'est, d'une part, dans la même mesure que, de tous les points extrêmes, elles vont vers un centre unique, il est clair que la masse ainsi constituée sera nécessairement régulière de partout, car si l'on ajoute de partout une quantité égale, la surface extérieure du corps obtenu sera nécessairement équidistante du centre. Or cette figure est celle de la sphère. D'autre part, notre argumentation ne se trouverait pas affectée si les parties de la terre ne se précipitaient pas de toute part dans la même mesure vers le centre. En effet, une quantité plus grande pousse toujours devant elle une quantité plus petite qui la précède; il doit en être ainsi, étant donné que toutes deux ont une impulsion ayant le centre comme but, et qu'un poids plus lourd poussera devant lui jusqu'au centre un poids moins lourd.

#### **Solution d'une difficulté**

La même solution vaut pour une objection éventuelle. La terre, pourrait-on nous dire, est située au centre et elle a une forme sphérique; mais si un poids bien supérieur au sien s'ajoutait à l'un de ses hémisphères, le centre de l'univers et celui de la terre cesseraient de se confondre. Par conséquent, ou bien la terre ne demeurerait pas au centre, ou bien, si elle y demeurerait, il devrait également lui être possible, dans son état actuel, de rester immobile même si elle n'occupait pas le centre, où la porte son mouvement naturel. Voilà donc la difficulté.

Il ne nous sera pas malaisé d'y voir clair en nous appliquant un peu et en déterminant dans quel sens nous estimons que tout corps pesant, quelle qu'en soit la grandeur, se porte vers le centre. Il est clair qu'il ne lui suffit pas de mettre sa surface extérieure en contact avec le centre. La quantité la plus importante doit, au contraire, manifester sa force jusqu'à ce que son propre centre occupe le centre, car tel est le terme assigné à son impulsion.

Cette proposition s'applique indifféremment à la première motte de terre, à la première particule venue, et à la terre entière: le phénomène en question n'a pas été expliqué comme une conséquence de la petitesse ou de la grandeur, mais comme une propriété commune à tout ce qui comporte une impulsion centripète.

En conséquence, si la terre venait d'un certain endroit, soit en totalité, soit par fragments, son transport devrait se prolonger jusqu'à ce qu'elle embrasse le centre de toute part dans la même mesure, les parties les plus petites et les parties les plus grandes arrivant à se compenser, grâce à la poussée due à leur poids. Donc, si la terre était née, elle aurait dû naître de cette manière là, qui rend manifeste la sphéricité de sa formation. Si elle est inengendrée et reste toujours fixe, elle doit se trouver dans l'état qui, dans l'hypothèse de la génération, eût été le sien lors de son arrivée à l'être.

### **Argument tiré de la chute des corps**

D'après cette argumentation, la figure de la terre est donc nécessairement sphérique. Elle est, en outre, parce que tous les lourds forment, en tombant, des angles égaux, au lieu que leurs trajets soient parallèles. Or telle est la loi naturelle des chutes vers ce qui est sphérique par nature. La terre est donc sphérique en fait, ou, du moins, il est dans sa nature de l'être. Or il faut qualifier chaque chose d'après ce qu'elle veut être par nature et est réellement, et non d'après ce qu'elle est par contrainte et contre nature.

### **Argument tiré des éclipses de lune**

On s'en aperçoit encore grâce aux phénomènes qui tombent sous les sens. Autrement, les éclipses de lune ne présenteraient pas les sections que l'on sait. En fait, lors de ses phases mensuelles, la lune offre tous les types de divisions (elle est coupée par une ligne droite ou se fait biconvexe ou creuse), mais lors des éclipses, elle a toujours une ligne incurvée comme limite. Par conséquent, comme l'éclipse est due à l'interposition de la terre, c'est le profil de la terre qui, à cause de sa forme sphérique, produit cette figure.

### **Grandeur de la Terre**

Autre chose. La manière dont les astres nous apparaissent ne prouve pas seulement que la terre est ronde, mais aussi que son étendue n'est pas bien grande. En effectuant un déplacement minime vers le sud ou vers l'Ourse, nous voyons se modifier le cercle d'horizon; par suite, les astres d'au-dessus de nous changent considérablement, et ce ne sont pas les mêmes qui brillent au ciel quand on va vers l'Ourse et quand on va vers le midi. Certains astres visibles en Egypte ou dans le voisinage de Chypre sont invisibles dans les régions septentrionales. Par ailleurs, les astres qui, dans les régions septentrionales, apparaissent en tout temps connaissent un coucher dans les pays nommés plus haut. Tout cela ne montre pas seulement que la terre a la forme ronde, mais encore qu'elle a la forme d'une sphère de modeste dimension; autrement, on n'apercevrait pas si vite les effets d'un déplacement si court.

Voilà pourquoi les gens qui soupçonnent que la région des colonnes d'Hercule touche à celle des Indes et que, de la sorte, il n'y a qu'une seule mer, ne semblent pas nourrir des conceptions trop incroyables. Comme témoignage à l'appui de leurs dires, ils citent encore le cas des éléphants, dont l'espèce se retrouve en chacune de ces deux régions extrêmes : à leur avis, les extrémités doivent à leur contact cette commune caractéristique. Chez les mathématiciens, ceux qui tentent de calculer la longueur de la circonférence terrestre la disent d'environ quarante myriades de stades<sup>1</sup>.

En se fondant sur ces preuves, on conclura que, de toutes nécessités, la masse de la Terre est non seulement sphérique, mais en outre n'est pas bien grande par rapport aux dimensions des autres astres.

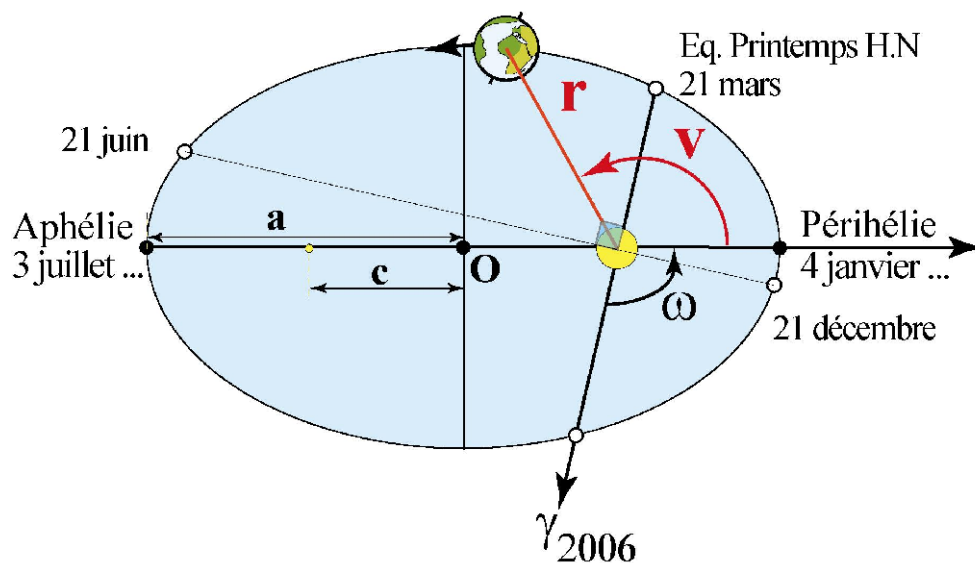
---

<sup>1</sup> C'est à dire plus de 70 000 km. Dicéarque attribuait au méridien terrestre une longueur de 300 000 stades (environ 54 000 km). C'est à Eratosthène que revient le mérite d'en avoir donné la valeur la plus juste avec 252 000 km soit un peu plus de 45 000 km

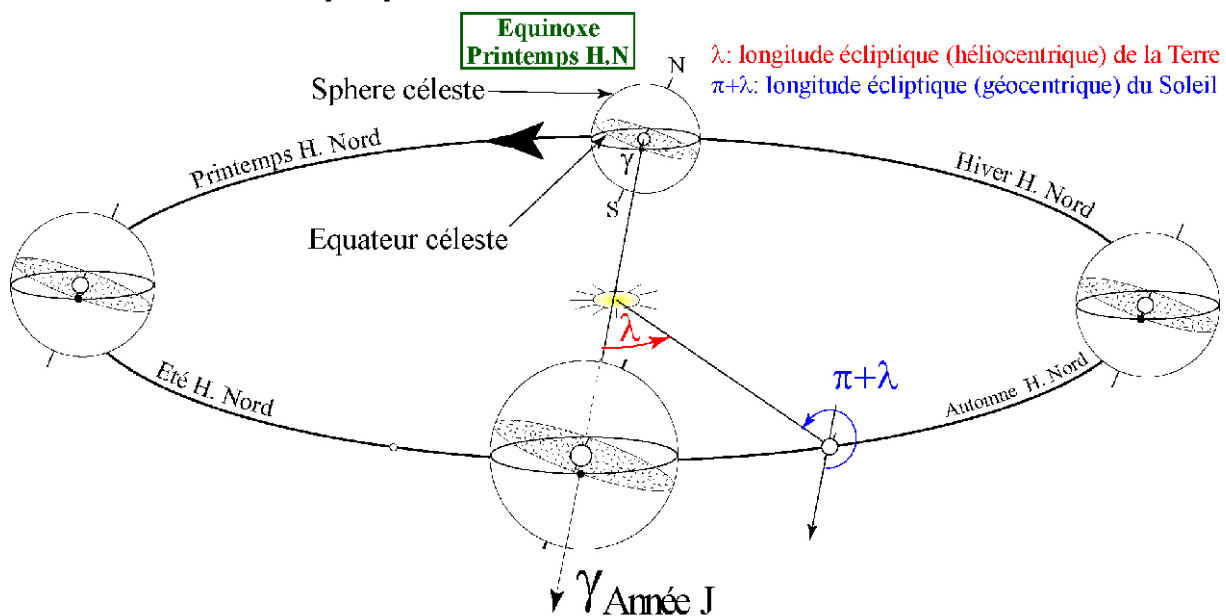
## Coordonnées polaires

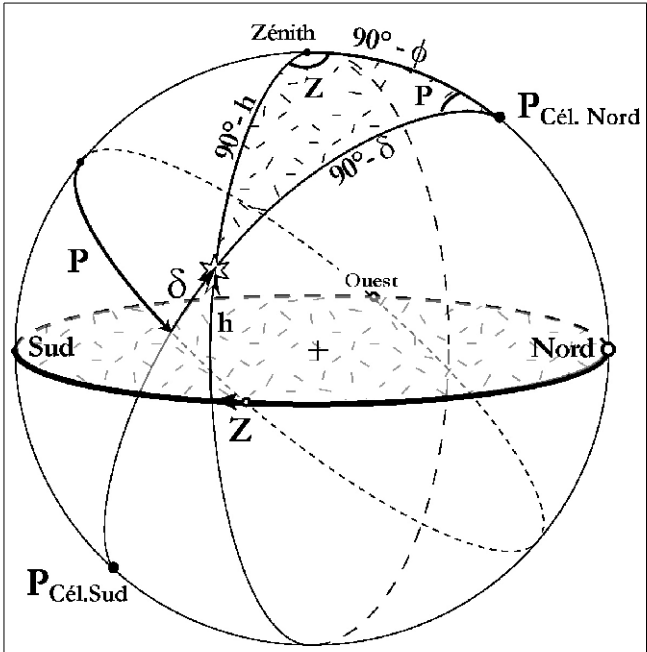
$v$  : Anomalie excentrique

$r$  : distance Soleil-Terre



## Coordonnées écliptiques





## Coordonnées d'un astre

- dans un repère équatorial
- dans un repère horizontal

Lieu de latitude  $\phi$

### Coordonnées équatoriales

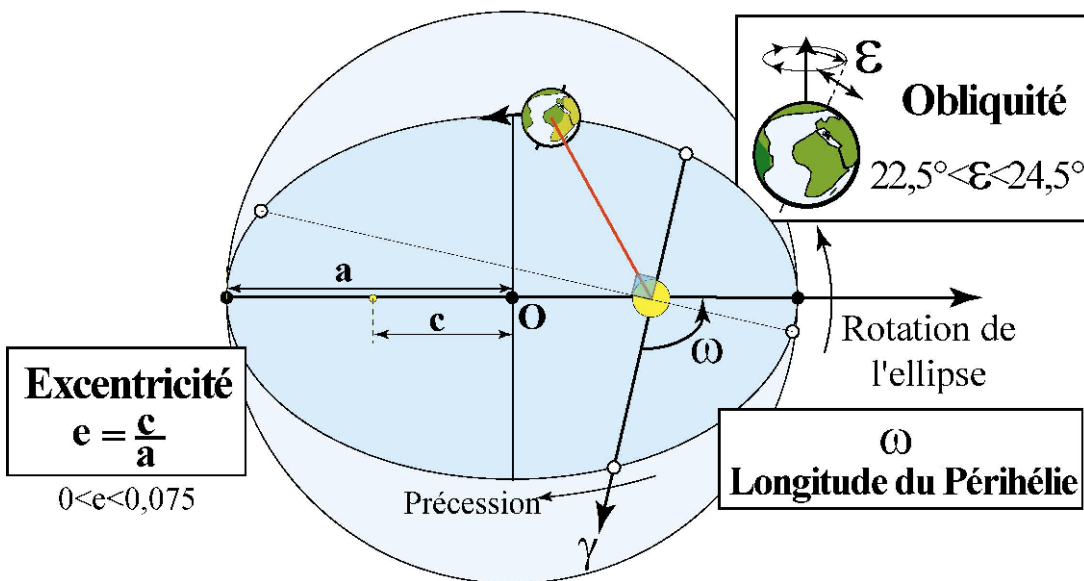
$P$  : Angle au pôle  $H=360-P=$  Angle horaire (exprimée en heure unité d'angle :  $24h=360^\circ$ )

$\delta$  : déclinaison de l'astre

### Coordonnées horizontales

$H$  : hauteur de l'astre  $z$  : hauteur zénitale

$Z$  azimut (convention des marins  $0^\circ$  au Nord)



### Les trois paramètres orbitaux : Excentricité, Obliquité, Longitude du périhélie