

91. Méthode de La Caille pour déterminer la ligne des apsides.

1° — Le temps mis par le mobile vrai pour aller d'un point N au point N₁ dont les longitudes diffèrent de 180°, n'est pas égal à la durée de la demi-révolution *anomalistique* (temps nécessaire pour faire un tour de l'ellipse).

En effet d'après la loi des aires, le temps mis à parcourir l'arc NA est plus long que le temps mis à parcourir l'arc N₁P.

D'où résulte que les apsides N et P sont les seuls points de la trajectoire en ligne droite avec le foyer F, tels que le passage de l'un à l'autre exige une demi-période anomalistique.

Partant de là, voici la méthode de La Caille pour déterminer la ligne des apsides.

Nous supposons connue la période anomalistique T et le temps τ que le mobile met à passer du point N au point N₁ qui sont en ligne droite avec le foyer.

Nous choisissons ces points peu éloignés de la ligne des apsides.

Posons $\alpha = \text{NFA} = \text{N}_1\text{FP}$. C'est l'angle à déterminer.

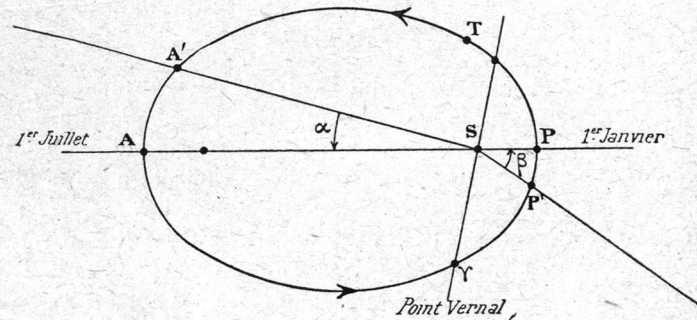


Fig. 79.

Nous mesurons les vitesses angulaires p et a au voisinage des apsides P et A.

Soit t_a et t_p les temps (inconnus) que le mobile met à passer de N en A, ou de N₁ en P.

Nous avons : $\alpha = at_a = pt_p$.

Le temps nécessaire pour aller de A en P (demi-période) est évidemment égal à :

$$T : 2 = \tau - t_a + t_p.$$

D'où :

$$t_a - t_p = \tau - \frac{T}{2} = \alpha \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{p} \right) = \alpha \frac{p - a}{ap}.$$

$$\alpha = \left(\tau - \frac{T}{2} \right) \frac{ap}{p - a}.$$

Dans le second nombre tout est connu ou déterminable.

2° — Raisonnons d'une manière plus générale.

Les observations ont lieu quand l'astre est en A' à la distance α de l'aphélie, et en P' à la distance β du périhélie.

L'observation donne le temps τ nécessaire pour aller de A' à P'; il fournit aussi l'angle $\epsilon = \beta - \alpha$, dont il s'en faut que ces points soient en ligne droite avec le foyer.

On a comme plus haut : $\alpha = at_a$, $\beta = pt_p$;

$$\tau - t_a + t_p = T : 2, \quad \frac{\alpha}{a} - \frac{\beta}{b} = \tau - \frac{T}{2}, \quad \epsilon = \beta - \alpha,$$

soit deux équations à deux inconnues pour déterminer α et β .

REMARQUE.

La figure 79 est construite dans l'hypothèse du mouvement réel de la Terre par rapport au Soleil. Quand la Terre T passe par l'équinoxe du printemps, elle voit le Soleil se projeter dans le signe du Bélier; le point γ est donc placé comme il faut.